

Statistisches Konzept zur Risikoanalyse von Tagesbrüchen über natürlichen und künstlichen Hohlräumen

**Nándor Tamáskovics¹⁾, Günter Meier^{1),2)},
Sarah Braun¹⁾, Bodo Schlesinger³⁾**

TU Bergakademie Freiberg, Institut für Geotechnik¹⁾

Lehrstuhl für Bodenmechanik, Grundbau und bergbauliche Geotechnik
Lehrstuhl für Ingenieurgeologie, Deponiebau und geotechnische Sicherungsverfahren
Ingenieurbüro Dr. G. Meier GmbH²⁾, IBES Baugrundinstitut Freiberg GmbH³⁾

ZUSAMMENFASSUNG:

Die Nutzung von Flächen mit Altbergbau oder mit natürlichen Hohlräumen im Unter- und Baugrund ist mit erhöhten Risiken behaftet, dass Bauwerke durch unerwünschte Deformationen des Baugrundes in Mitleidenschaft gezogen werden. Eine typische Versagensart ist die Entwicklung von Tagesbrüchen oder Erdfällen, wobei sich Massen in Richtung von Hohlräumen im Unter- und Baugrund verlagern und auflockern. Die Umlagerung von Massen setzt sich solange fort, bis sich ein statisches Gleichgewicht einstellt und eine weitere Fortpflanzung des Bruchvorganges verhindert oder stark reduziert. Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit an einem gegebenen Standort wird nach dem Konzept der geometrischen Wahrscheinlichkeit vorgeschlagen. Die Größe entstehender Tagesbrüche wird dabei als eine Zufallsvariable betrachtet. Die berechneten Versagenswahrscheinlichkeiten können als Grundlage der Risikobewertung von zu schützenden Objekten herangezogen werden.

ABSTRACT:

The use of sites over old mining regions or with natural openings in the ground includes an elevated technical risk, as constructions can be constrained due to unplanned deformations of the subsoil. Typical failure modes include pothole subsidence or earthfalls, when failing soil masses are displaced and loosened stepwise toward a collapsing opening in the ground. The displacement process continues until a stable static equilibrium is reached and a further propagation of displacements is prevented. The determination of the failure probability on a given site due to pothole subsidence is recommended based on the concept of geometric probabilities, considering the subsidence volume as a probabilistic quantity. The failure probabilities can be used for a risk analysis of protected objects on sites with expected pothole subsidence.

1 Einleitung

Die Nutzung von Flächen mit Altbergbau oder mit natürlichen Hohlräumen im Unter- und Baugrund ist mit erhöhten Risiken behaftet, dass Bauwerke durch unerwünschte Deformationen des Baugrundes in Mitleidenschaft gezogen werden. Eine typische Versagensart ist die Entwicklung von Tagesbrüchen oder Erdfällen, wobei sich Massen in Richtung von Hohlräumen im Unter- und Baugrund verlagern und auflockern. Die Umlagerung von Massen setzt sich solange fort, bis sich ein statisches Gleichgewicht einstellt und eine weitere Fortpflanzung des Bruchvorganges verhindert oder stark reduziert.

Zu einer Risikobewertung auf einem Standort mit einer Verbruchgefährdung muss die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass sich ein Tagesbruch oder ein Erdfall bis zum betrachteten Standort des Bauwerkes an der Oberfläche ausbreitet und das Bauwerk in seiner Funktion beeinträchtigt wird. Bei der Eintrittswahrscheinlichkeit eines Schadens liegt der Schwerpunkt nicht auf der zeitlichen Entwicklung des Bruchprozesses sondern auf der Entstehung des statischen Gleichgewichtszustandes, welcher die weitere Bruchentwicklung unterbindet.

Zur Prognose potenzieller Tagesbrüche an der Oberfläche ist in dem ersten Schritt der Risikobewertung die Anwendung eines zuverlässigen Verfahrens der numerischen Tagesbruchprognose erforderlich, welches unter den Bedingungen des Standortes durch Rückrechnung vergangener Ereignisse rechnerisch validiert oder kalibriert werden muss.

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit an einem gegebenen Standort wird nach dem Konzept der geometrischen Wahrscheinlichkeit vorgeschlagen. Die Größe entstehender Tagesbrüche wird dabei als eine Zufallsvariable betrachtet. Anhand schrittweise festgelegter Prüfradien wird die Versagenswahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitsverteilung erfasster vergangener oder prognostizierter Tagesbruchvolumina rechnerisch ermittelt und das ungünstigste rechnerische Ergebnis für die Standortbewertung als maßgebend herangezogen. Die berechneten Versagenswahrscheinlichkeiten können als Grundlage der Risikobewertung von zu schützenden Objekten herangezogen werden.

2 Numerische Tagesbruchprognose

Die vorgeschlagenen Methoden zu einer numerischen Tagesbruchprognose wurden von FENK nach dem verwendeten Ansatz als Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Modelle, Kräftegleichgewichts-Modelle, Bruchgewölbe-Modelle und Komplex-Modelle klassifiziert [3]. Mit dem Konzept der Komplex-Modelle hat FENK ein Verfahren zur Tagesbruchprognose zunächst für horizontale Schichtung des Deckgebirges entwickelt [1] und später auf den Fall einer geneigten Schichtung erweitert [2]. Die Komplex-Methode modelliert den Vorgang der Tagesbruchentwicklung von allen Verfahren am detailliertesten und erfordert dadurch einen großen Umfang an Angaben zur Hohlraumgeometrie der Primärbruchvolumenentwicklung, zur Schichtung des Deckgebirges und zu den geotechnischen Kennwerten der anstehenden Materialien.

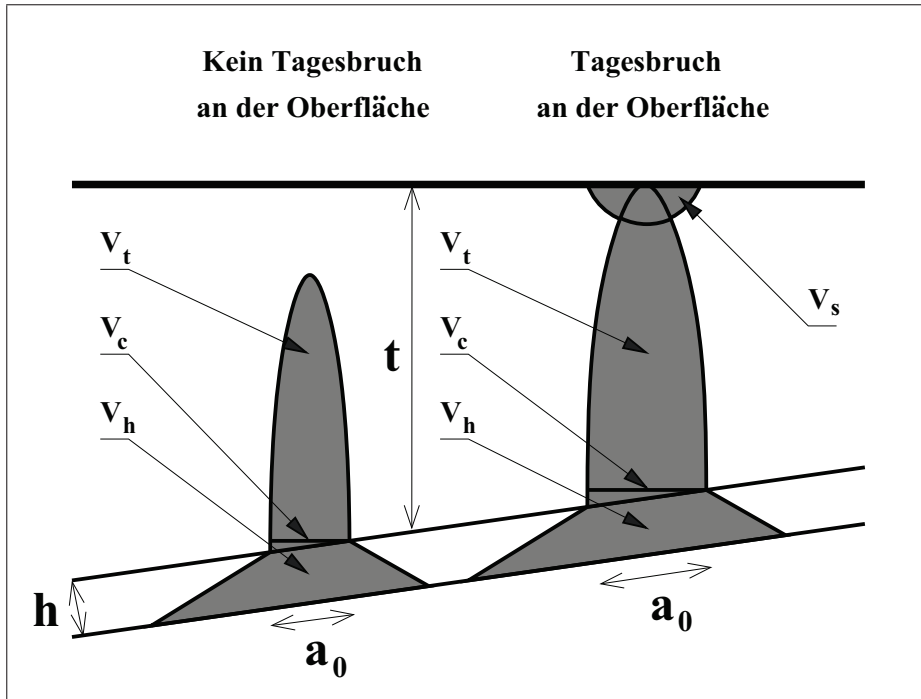


Abb. 1: Mechanismus des Tagesbruchvorganges nach der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Methode

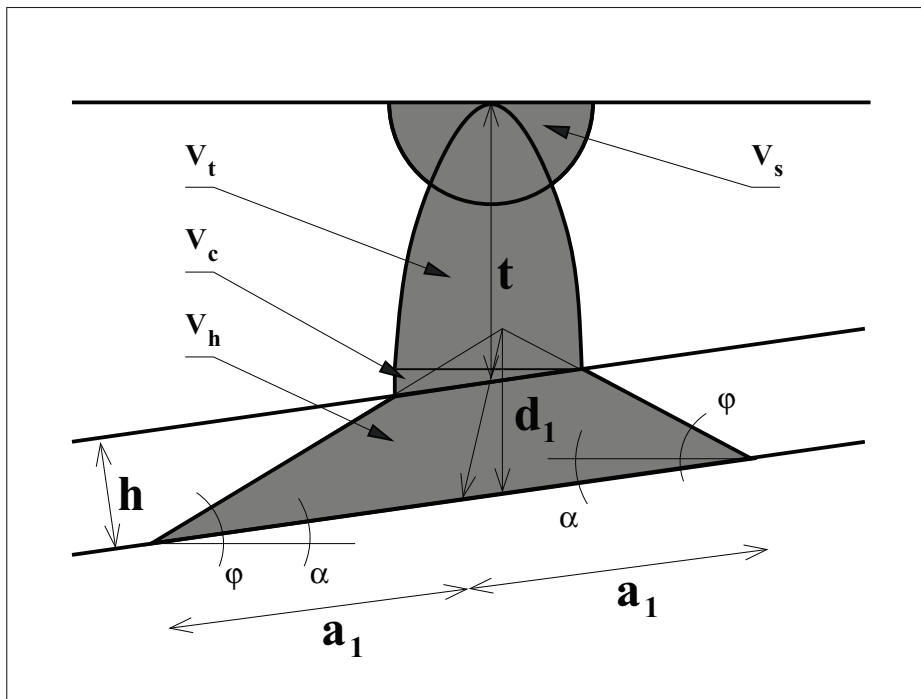


Abb. 2: Theorie des Tagesbruchvorganges nach der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Methode

Die Anwendung von numerischen Verfahren der Tagesbruchprognose wird im Allgemeinen dadurch erschwert, dass über die Struktur des Deckgebirges und über die räumliche Verteilung der materialspezifischen Kennwerte auf Altbergbaustandorten oder Standorten mit natürlichen Hohlräumen meistens sehr wenig Information vorliegt und eine aufwendige Nacherkundung nicht vorgenommen werden kann.

Beim mechanischen Vorgang der Tagesbruchentwicklung spielt die Zugfestigkeit des anstehenden Materials eine sehr wichtige Rolle. Die treibende Wirkung des Versagens liegt in der Gravitation und entfaltet sich bevorzugt vertikal nach unten. Während des Bruchvorganges treten Spannungsumlagerungen auf, die infolge des nachbrechenden Materials die Umgebung der Bruchstelle beanspruchen. Zeitweilig sind Lockergesteine in der Lage, mit einer Gewölbewirkung oder Aktivierung von Scherfestigkeiten den Bruchvorgang zu bremsen, aber über einen längeren Zeitraum werden sich sehr wahrscheinlich solange Bruchvorgänge allmählich fortsetzen, bis sich sowohl ein mechanisches als auch ein volumetrisches Gleichgewicht in der Bilanz der Bruchmassen einstellt. Dieser Mechanismus wird durch die im Allgemeinen große Verweilzeit der Tagesbruchentwicklung auch gestützt, die sich über mehrere Jahrzehnte bis Jahrhunderte erstrecken kann.

Das numerische Modell der Tagesbruchprognose mit dem Konzept der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Modellierung ist dahingehend von sehr großem Vorteil, weil die Anzahl notwendiger materialspezifischer Eingangsparameter mit dem natürlichen Schüttwinkel der Verbrauchsmassen φ und mit dem Auflockerungsfaktor s sowie notwendiger prozessspezifischer Eingangsparameter mit der Höhe h , der räumlichen Ausdehnung des verbrechenden Grubenbauwerkes und der Länge a_0 der Verbrauchsstrecke sehr niedrig ist, und die material- und prozessspezifischen Kennwerte aus beobachteten Tagesbrüchen zuverlässig zurück gerechnet, verifiziert und validiert werden können.

Der Mechanismus und die Theorie des Tagesbruches nach der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Methode ist für den Fall einer allgemeinen, mit dem Winkel α geneigten Lagerung in den Bildern 1 und 2 dargestellt und lehnt sich in der Modellbildung an die Arbeit von MEIER [6] an. Das Grubenbauwerk (zum Beispiel eine Strecke, ein Stollen sowie eine Kammer) oder ein natürlicher Hohlraum im Untergrund mit der Höhe h verbricht über eine Länge a_0 in der Firste und verursacht eine Massenumlagerung in das Primärvolumen V_h mit einem materialspezifischen Schüttwinkel φ , die in dem darüber anstehenden Lockergestein mit einer Mächtigkeit von t einen fortschreitenden Bruchvorgang mit einem beeinflussten Volumen von $V_c + V_h$ zum Nachbrechen zwingt.

Die nachbrechenden Massen lagern sich unter der treibenden Wirkung der Erdbeschleunigung bevorzugt in vertikaler Richtung um. Der Bruchvorgang setzt sich solange fort, bis die aufgelockerten Bruchmassen das gesamte verbrochene Volumen ausfüllen. Der Bruchvorgang kann sich dabei bis zum Erreichen der verfügbaren Mächtigkeit der Lockergesteinsüberdeckung t erstrecken, bevor es zu einem offenen Tagesbruch an der Tagesoberfläche mit dem Volumen V_s kommt, das nach einer Auflockerung ebenso in die Massenbilanz eingeht.

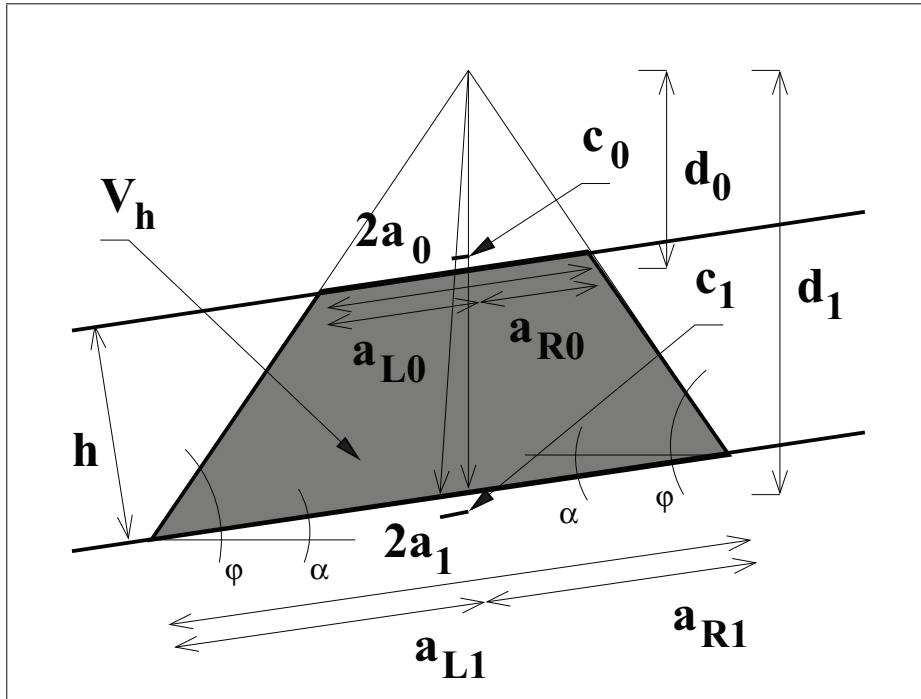


Abb. 3: Geometrie der Primärbruchzone mit geneigter Lagerung bei der Modellierung des Tagesbruchvorganges nach der Hohlräum-Bruchmassen-Bilanz-Methode

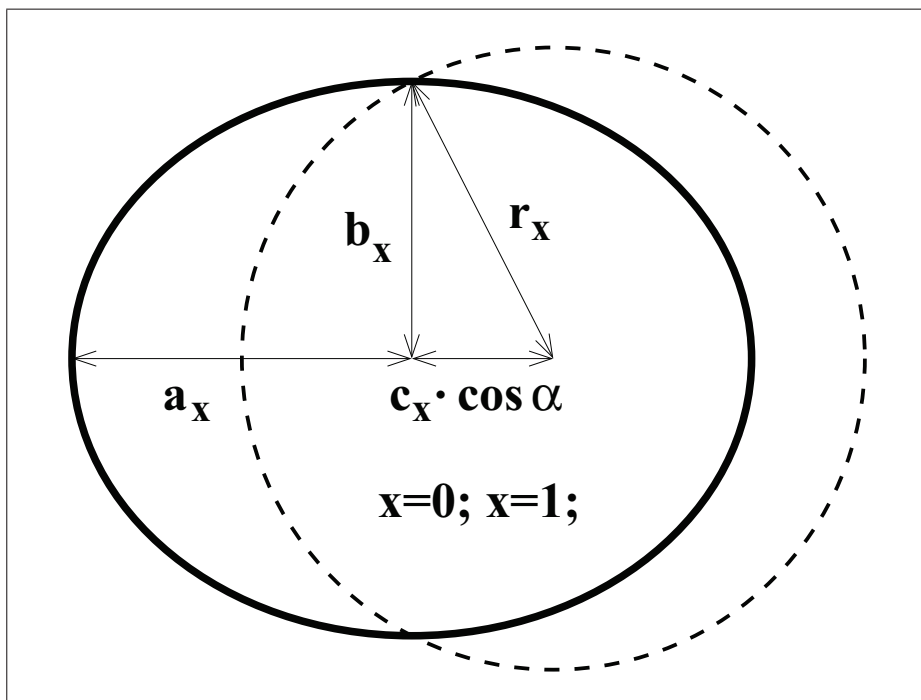


Abb. 4: Geometrie der elliptischen Berandung der Primärbruchzone mit geneigter Lagerung bei der Modellierung des Tagesbruchvorganges nach der Hohlräum-Bruchmassen-Bilanz-Methode

Anhand von dokumentierten und vermessenen Tagesbrüchen an der Geländeoberfläche besteht die Möglichkeit, die Bedingungen der Ausbildung des Tagesbruchs rechnerisch nachzuvollziehen, wenn hinreichende Informationen über die Geometrie und Struktur des Altbergbaus oder der natürlich ausgebildeten Hohlräume im Untergrund vorliegen. Der Rahmen einer detaillierten Nacherkundung der bergbaulich oder natürlich bedingten Hohlraumstruktur des Untergrundes bleibt jedoch, ähnlich, wie dies bei den geotechnischen Eigenschaften des Baugrundes der Fall ist, meistens begrenzt. Auf Standorten mit Altbergbau können aus den Risswerken und Aufzeichnungen belastbare Angaben zu den bergbaulichen Aktivitäten abgeleitet werden, die in numerischen Prognosen von Tagesbrüchen berücksichtigt werden können.

In dem mechanischen Vorgang der Tagesbruchentwicklung spielt das Vorhandensein von Grundwasser im Deckgebirge eine sehr große Rolle. Keiner der bisher bekannten Verfahren der numerischen Tagesbruchprognose kann den Einfluss von ungespanntem oder gespanntem Grundwasser einbeziehen. In den folgenden theoretischen Überlegungen wird vom Vorhandensein von Grundwasser im Deckgebirge abgesehen. Die Untersuchung der Wechselwirkung der Bruchmassen im Deckgebirge mit dem Grundwasser erfordert eine hydromechanisch gekoppelte Berechnung des Bruchvorganges und stellt eine wichtige Aufgabenstellung für weiterführende Untersuchungen dar. Es ist bereits von vornherein absehbar, dass eine praktische Anwendbarkeit von Kontinuummmechanisch formulierten Methoden der Tagesbruchprognose durch die Berücksichtigung der Vielzahl erforderlicher materialspezifischer Kennwerte in Deformationsmodellen des Deckgebirges erheblich erschwert wird.

Das geometrische Grundmodell für das Primärbruchvolumen bei der numerischen Tagesbruchprognose mit der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Methode für geneigte Lagerung ist im Bild 3 ersichtlich. Der theoretischen Modellbildung liegt die Annahme zugrunde, dass das primäre Verbruchvolumen im Fall eines ebenen Problems (zum Beispiel Strecken, Tunnel oder Stollen) aus einem Prismenstumpf und im Fall eines räumlichen Problems (unversetzte Abbaustrebe sowie Abbaukammern) aus einem Kegelstumpf mit elliptischer Grundfläche besteht. Die räumliche Beschaffenheit von natürlichen Hohlräumen im Untergrund ist im Vergleich zum Altbergbau wesentlich irregulärer zu erwarten.

Die Länge der Verbruchsstrecke an der Firste a_0 ist eine sehr wichtige Eingangsgröße des Modells, entspricht der geometrischen Struktur des versagenden Verbausystems im betrachteten Altbergwerk und bestimmt zugleich die Ausdehnung der sich in Richtung Tagesoberfläche aufweitenden Aufbruchzone grundlegend. Die Geometrie der elliptischen Grundflächen an der Firste und an der Sohle des verbrechenden Hohlraumes werden aus dem ebenen Kegelschnitt des theoretischen Schüttkegels in dem Verbruchsmaterials mit einem Schüttwinkel von φ abgeleitet, der durch eine unter dem Winkel α geneigten Ebene geschnitten wird. Im zweidimensionalen Modell entspricht die Breite senkrecht zur Modellierungsebene b der Länge, inwieweit eine Symmetrie in dieser Richtung vorausgesetzt werden kann. Bei einer räumlichen Betrachtung ergibt sich die kürzere Halbachse der Schnittellipse an der Firste b_0 und an der Sohle b_1 aus geometrischen Betrachtungen (siehe Bild 4).

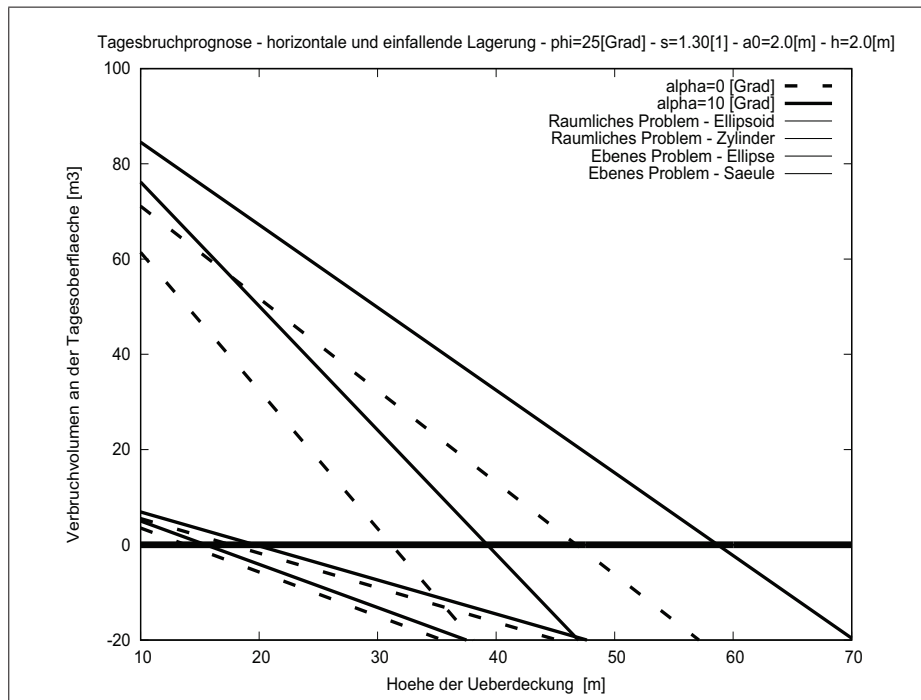


Abb. 5: Berechnung des Tagesbruchvorganges nach der Hohlräum-Bruchmassen-Bilanz-Methode für horizontale und geneigte Lagerung

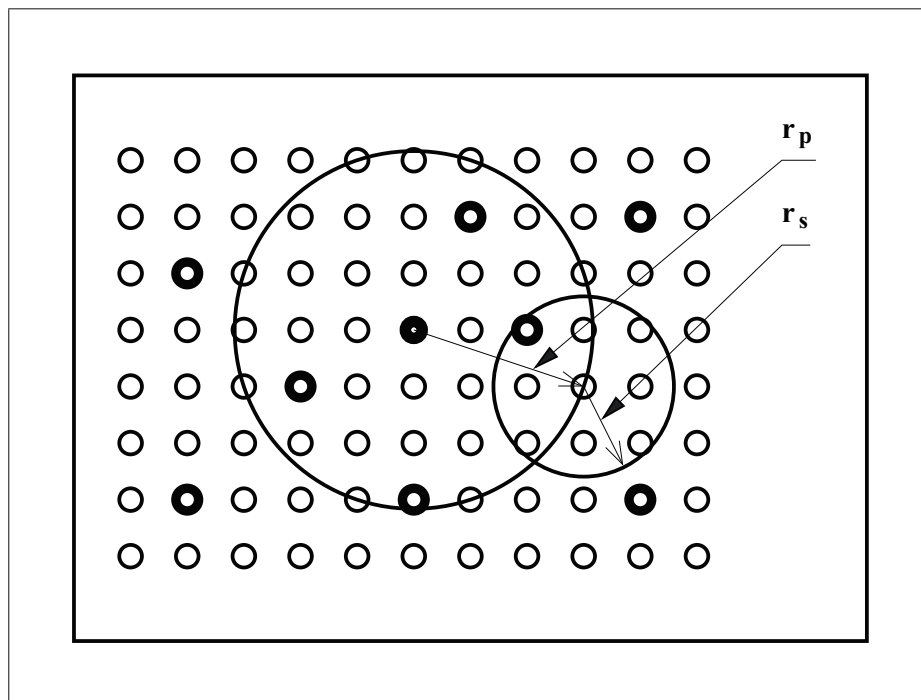


Abb. 6: Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit auf einem Standort mit Tagesbruch- oder Erdfallgefährdung basierend auf der geometrischen Wahrscheinlichkeit

Die numerische Tagesbruchprognose mit der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Methode besteht aus folgenden Arbeitsschritten:

1. Die Ermittlung des Tagesbruchvolumens erfolgt aus der Grundgleichung der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz, der die Annahme zugrunde liegt, dass das Primärverbruchvolumen im künstlichen oder natürlichen Hohlraum V_h durch Auflockerung von Verbruchsmassen im Gebirge in dem Aufbruchsvolumen V_t und Übergangsvolumen V_c sowie durch die Auflockerung von Verbruchsmassen an der Tagesoberfläche V_s ausgeglichen werden und der Vorgang der Tagesbruchentwicklung zum Stillstand kommt

$$V_t + V_c + V_h = s \cdot (V_t + V_c + V_s) , [m^3] . \quad (1)$$

Das Maß der Auflockerung wird mit dem Auflockerungsfaktor s aus dem Volumenverhältnis nach und vor dem Tagesbruchvorgang erfasst.

2. Durch Umstellung der Grundgleichung der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz kann das erforderliche Tagesbruchvolumen V_s berechnet werden. Wenn die Berechnung zu einem negativen Ergebnis führt, kommt der Vorgang der Tagesbruchentwicklung im Gebirge zum Stillstand und es entsteht kein Tagesbruch an der Geländeoberfläche

$$V_s = \frac{1}{s} \cdot (V_t + V_c + V_h) - (V_t + V_c) , [m^3] \succeq 0 . \quad (2)$$

3. Aus dem Grenzzustand, dass der Vorgang der Tagesbruchentwicklung die Geländeoberfläche gerade erreicht und das erforderliche Tagesbruchvolumen V_s verschwindet

$$V_s = (V_t + V_c + V_h) - s \cdot (V_t + V_c) = 0 , [m^3] , \quad (3)$$

kann die notwendige Mindestüberdeckung t_{min} im Deckgebirge des künstlichen oder natürlichen Hohlräum abgeschätzt werden, damit an der Geländeoberfläche kein Tagesbruch entsteht:

$$V_t(t_{min}) = \frac{V_h}{s - 1} - V_c , [m^3] . \quad (4)$$

In Abhängigkeit von der geometrischen Konfiguration lassen sich unterschiedliche Modelle für die Entwicklung der volumetrischen Anteile des modellierten Tagesbruchvorganges ableiten. Die geometrischen Bedingungen und die Definition der geometrischen Größen sind in der Abbildung 3 und 4 ersichtlich. (Im Bild 4 ist für x jeweils 0 oder 1 einzusetzen).

2.1 Ebener Fall

Der ebene Fall ist für das Versagen von Strecken oder Stollen bedeutsam, wo die Tagesbruchentwicklung senkrecht zur Modellierungsebene in einer Breite b als symmetrisch vorausgesetzt werden kann.

1. Das primäre Bruchvolumen V_h wird aus dem Volumen eines Prismenstumpfes ermittelt

$$V_h = (a_1 \cdot d_1 - a_0 \cdot d_0) \cdot \cos \alpha \cdot b , [m^3] . \quad (5)$$

2. Für die Geometrie der oberen Berandung des Primärbruchprismas ergibt sich mit der Länge der Versagenszone a_0 in der Firste als Eingangsgröße die Identität

$$a_0 = \frac{d_0}{2} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)} + \frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi + \alpha)} \right), [m]. \quad (6)$$

Für den Abstand d_0 am oberen Prisma folgt nach Umstellung die Gleichung

$$d_0 = 2 a_0 \frac{\sin(\varphi - \alpha) \cdot \sin(\varphi + \alpha)}{\cos \varphi \cdot \sin(\varphi - \alpha) + \cos \varphi \cdot \sin(\varphi + \alpha)}, [m]. \quad (7)$$

3. Für die Geometrie der unteren Berandung des Primärbruchprismas ergibt sich mit der bekannten Höhe des verbrechenden Hohlraumes h und mit dem Abstand d_0 am unteren Prisma die Identität

$$d_1 = \left(d_0 + \frac{h}{\cos \alpha} \right), [m]. \quad (8)$$

Für den Abstand a_1 folgt nach Umstellung die Gleichung

$$a_1 = \frac{d_1}{2} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)} + \frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi + \alpha)} \right), [m]. \quad (9)$$

4. Zur einfacheren geometrischen Modellierung wird ein Übergangsvolumen V_c als Hilfsgröße eingeführt

$$V_c = 2 \cdot a_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot b, [m^3]. \quad (10)$$

5. Das Aufbruchvolumen V_t beim säulenförmigen Aufbruchkörper berechnet sich aus dem Volumen einer Säule mit rechteckigem horizontalem und vertikalem Querschnitt

$$V_t = 2 \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot (t - a_0 \cdot \sin \alpha) \cdot b, [m^3]. \quad (11)$$

Die Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung der Tagesbruchgefährdung an der Geländeoberfläche beim säulenförmigen Aufbruchkörper ergibt sich mit

$$t_{min} = \frac{(a_1 \cdot d_1 - a_0 \cdot d_0)}{2 \cdot a_0 \cdot (s - 1)}, [m]. \quad (12)$$

6. Das Aufbruchvolumen V_t beim elliptischem Aufbruchkörper berechnet sich aus dem Volumen einer Säule mit rechteckigem horizontalem Querschnitt und elliptischem vertikalem Querschnitt

$$V_t = \frac{\pi}{2} \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot (t - a_0 \cdot \sin \alpha) \cdot b, [m^3]. \quad (13)$$

Die Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung der Tagesbruchgefährdung an der Geländeoberfläche beim elliptischem Aufbruchkörper ergibt sich mit

$$t_{min} = \frac{2 \cdot (a_1 \cdot d_1 - a_0 \cdot d_0)}{\pi \cdot a_0 \cdot (s - 1)}, [m]. \quad (14)$$

7. Im Sonderfall einer horizontalen Lagerung $\alpha = 0$ reduziert sich das Primärbruchvolumen V_h auf den Zusammenhang (Volumen eines Prismenstumpfes)

$$V_h = \left(\frac{(a_0 \cdot \tan \varphi + h)^2}{\tan \varphi} - a_0^2 \cdot \tan \varphi \right) \cdot b, \quad [m^3] \quad (15)$$

und das Übergangsvolumen V_c verschwindet

$$V_c = 0, \quad [m^3]. \quad (16)$$

Das Aufbruchvolumen V_t beim zylindrischen Aufbruchkörper reduziert sich auf die Gleichung

$$V_t = 2 \cdot a_0 \cdot t \cdot b, \quad [m^3] \quad (17)$$

und die Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung der Tagesbruchgefährdung an der Geländeoberfläche ergibt sich beim zylindrischen Aufbruchkörper aus der Beziehung (Gleichung /3/ in [6])

$$t_{min} = \frac{h}{s-1} \cdot \left(1 + \frac{h}{2 \cdot a_0 \cdot \tan \varphi} \right), \quad [m]. \quad (18)$$

Das Aufbruchvolumen V_t beim elliptischen Aufbruchkörper reduziert sich auf die Gleichung

$$V_t = \frac{\pi}{2} \cdot a_0 \cdot t \cdot b, \quad [m^3] \quad (19)$$

und die Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung der Tagesbruchgefährdung an der Geländeoberfläche ergibt sich beim elliptischen Aufbruchkörper aus der Beziehung (Gleichung /4/ in [6])

$$t_{min} = \frac{4 \cdot h}{\pi \cdot (s-1)} \cdot \left(1 + \frac{h}{2 \cdot a_0 \cdot \tan \varphi} \right), \quad [m]. \quad (20)$$

2.2 Räumlicher Fall

Der räumliche Fall ist für das Versagen von Abbaukammern und Abbaufeldern bedeutsam, wo die Tagesbruchentwicklung als eine räumliche Bruchfigur vorausgesetzt werden muss.

1. Das primäre Bruchvolumen wird aus dem Volumen eines Kegelstumpfes ermittelt

$$V_h = \frac{\pi \cdot \cos \alpha}{3} \cdot (a_1 \cdot b_1 \cdot d_1 - a_0 \cdot b_0 \cdot d_0), \quad [m^3]. \quad (21)$$

2. Für die Geometrie der oberen Berandung des Primärbruchkörpers als Kegelstumpf mit elliptischer oberer Endfläche aus dem Schnitt eines Kreiskegels mit einer Ebene ergibt sich mit der Länge der Versagenszone a_0 in der Firste als Eingangsgröße und als längerer Halbdurchmesser der elliptischen Fläche die Identität

$$a_0 = \frac{d_0}{2} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)} + \frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi + \alpha)} \right), \quad [m]. \quad (22)$$

Für den Abstand d_0 folgt nach Umstellung die Gleichung

$$d_0 = 2a_0 \frac{\sin(\varphi - \alpha) \cdot \sin(\varphi + \alpha)}{\cos \varphi \cdot \sin(\varphi - \alpha) + \cos \varphi \cdot \sin(\varphi + \alpha)}, [m]. \quad (23)$$

Mit geometrischen Betrachtungen folgen die Zusammenhänge für den Abstand c_0 am oberen Rand des Primärbruchkörpers

$$c_0 = \frac{d_0 \cdot \cos \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)} - a_0 = a_0 - \frac{d_0 \cdot \cos \varphi}{\sin(\varphi + \alpha)}, [m] \quad (24)$$

sowie für den Radius r_0 des Kreiskegels am oberen Rand des Primärbruchkörpers

$$r_0 = \frac{d_0 + c_0 \cdot \sin \alpha}{\tan \varphi}, [m]. \quad (25)$$

Der kleinere Halbdurchmesser b_0 der elliptischen Schnittfläche am oberen Rand des Primärbruchkörpers berechnet sich mit

$$b_0 = \sqrt{r_0^2 - c_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}, [m]. \quad (26)$$

3. Für die Geometrie der unteren Berandung des Primärbruchkörpers ergibt sich mit der bekannten Höhe des verbrechenden Hohlraumes h und mit dem Abstand d_0 die Identität

$$d_1 = \left(d_0 + \frac{h}{\cos \alpha} \right), [m]. \quad (27)$$

Für den größeren Halbdurchmesser a_1 am unteren Rand des Primärbruchkörpers als Kegelstumpf mit elliptischer unterer Endfläche aus dem Schnitt eines Kreiskegels mit einer Ebene folgt die Gleichung

$$a_1 = \frac{d_1}{2} \left(\frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)} + \frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi + \alpha)} \right), [m]. \quad (28)$$

Mit geometrischen Betrachtungen folgen die Zusammenhänge für den Abstand c_1 am unteren Rand des Primärbruchkörpers

$$c_1 = \frac{d_1 \cdot \cos \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)} - a_1 = a_1 - \frac{d_1 \cdot \cos \varphi}{\sin(\varphi + \alpha)}, [m] \quad (29)$$

sowie für den Radius r_1 des Kreiskegels am unteren Rand des Primärbruchkörpers

$$r_1 = \frac{d_1 + c_1 \cdot \sin \alpha}{\tan \varphi}, [m]. \quad (30)$$

Der kleinere Halbdurchmesser b_1 am unteren Rand des Primärbruchkörpers berechnet sich mit

$$b_1 = \sqrt{r_1^2 - c_1^2 \cdot \cos^2 \alpha}, [m]. \quad (31)$$

4. Zur einfacheren geometrischen Modellierung wird ein Übergangsvolumen V_c als Hilfsgröße eingeführt

$$V_c = \pi \cdot a_0^2 \cdot b_0 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha, [m^3]. \quad (32)$$

5. Das Aufbruchvolumen V_t beim zylindrischen Aufbruchkörper berechnet sich aus dem Volumen eines Zylinders mit elliptischem horizontalem und rechteckigem vertikalem Querschnitt

$$V_t = \pi \cdot a_0 \cdot b_0 \cdot (t - a_0 \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \alpha, [m^3]. \quad (33)$$

Die Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung der Tagesbruchgefährdung an der Geländeoberfläche beim zylindrischen Aufbruchkörper ergibt sich mit

$$t_{min} = \frac{(a_1 \cdot b_1 \cdot d_1 - a_0 \cdot b_0 \cdot d_0)}{3 \cdot a_0 \cdot b_0 \cdot (s - 1)}, [m]. \quad (34)$$

6. Das Aufbruchvolumen V_t beim ellipsoidischem Aufbruchkörper berechnet sich aus dem Volumen eines Ellipsoiden (mit elliptischem horizontalem und vertikalem Querschnitt)

$$V_t = \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot a_0 \cdot b_0 \cdot (t - a_0 \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \alpha, [m^3]. \quad (35)$$

Die Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung der Tagesbruchgefährdung an der Geländeoberfläche beim ellipsoidischen Aufbruchkörper ergibt sich mit

$$t_{min} = \frac{(a_1 \cdot b_1 \cdot d_1 - a_0 \cdot b_0 \cdot d_0)}{2 \cdot a_0 \cdot b_0 \cdot (s - 1)}, [m]. \quad (36)$$

7. Im Sonderfall einer horizontalen Lagerung $\alpha = 0$ reduziert sich das Primärbruchvolumen V_h auf den Zusammenhang (Volumen eines Kreiskegelstumpfes)

$$V_h = \frac{\pi}{3} \cdot \left(\frac{(a_0 \cdot \tan \varphi + h)^3}{\tan^2 \varphi} - a_0^3 \cdot \tan \varphi \right), [m^3] \quad (37)$$

und das Übergangsvolumen V_c verschwindet

$$V_c = 0, [m^3]. \quad (38)$$

Das Aufbruchvolumen V_t beim zylindrischen Aufbruchkörper reduziert sich auf die Gleichung

$$V_t = \pi \cdot a_0^2 \cdot t, [m^3] \quad (39)$$

und die Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung der Tagesbruchgefährdung an der Geländeoberfläche ergibt sich beim zylindrischen Aufbruchkörper aus der Beziehung (Gleichung /5/ in [6])

$$t_{min} = \frac{h}{s - 1} \cdot \left(1 + \frac{h}{a_0 \cdot \tan \varphi} + \frac{h^2}{3 \cdot a_0^2 \cdot \tan^2 \varphi} \right), [m]. \quad (40)$$

Das Aufbruchvolumen V_t beim ellipsoidischem Aufbruchkörper reduziert sich auf die Gleichung

$$V_t = \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot a_0^2 \cdot t, [m^3] \quad (41)$$

und die Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung der Tagesbruchgefährdung an der Geländeoberfläche ergibt sich beim ellipsoidischen Aufbruchkörper aus der Beziehung (Gleichung /6/ in [6])

$$t_{min} = \frac{3 \cdot h}{2 \cdot (s - 1)} \cdot \left(1 + \frac{h}{a_0 \cdot \tan \varphi} + \frac{h^2}{3 \cdot a_0^2 \cdot \tan^2 \varphi} \right), [m]. \quad (42)$$

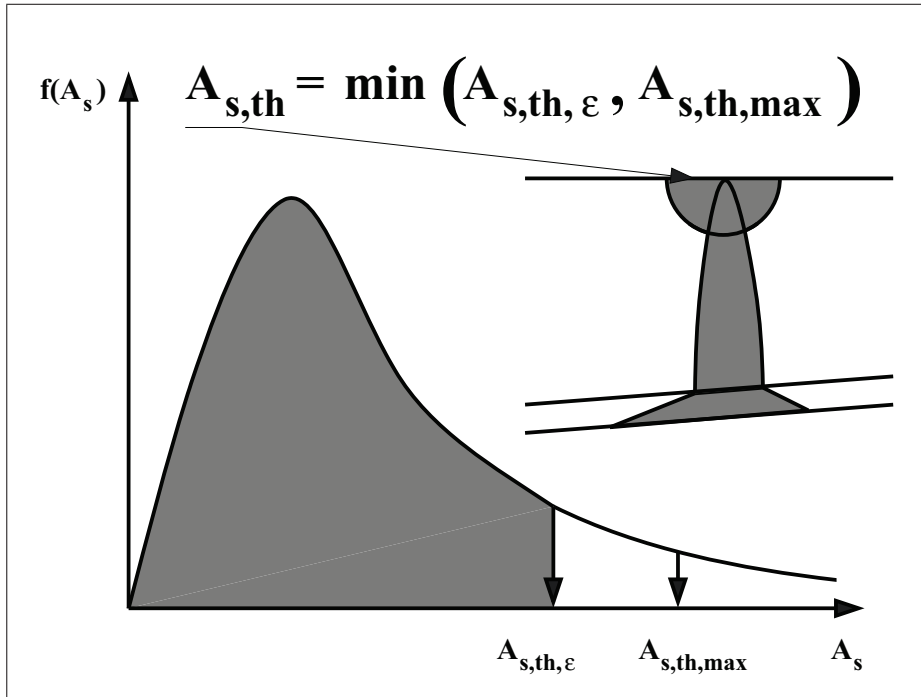


Abb. 7: Wahrscheinlichkeitsverteilung der prognostizierten Tagesbruchfläche nach der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Methode

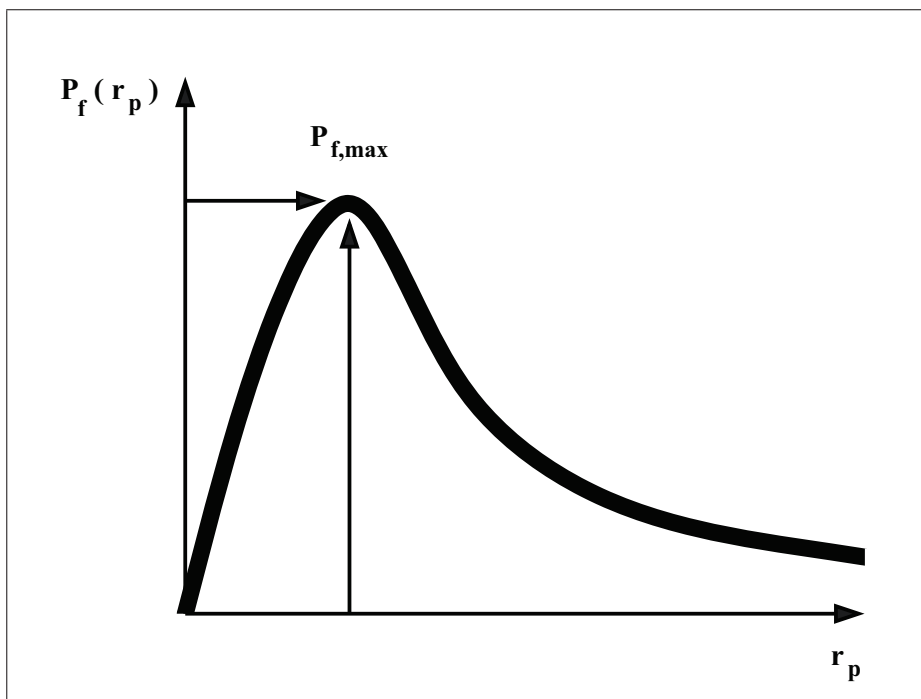


Abb. 8: Prognose der maßgebenden Versagenswahrscheinlichkeit

Die Annahme eines elliptischen Aufbruchskörpers im ebenen und eines ellipsoidischen Aufbruchskörpers im räumlichen Fall führen zu den jeweils ungünstigeren Ergebnissen bei der Prognose von Tagesbruchsvolumina an der Geländeoberfläche V_s sowie bei der Ermittlung der erforderlichen Mindestüberdeckung t_{min} zur Abwendung eines Tagesbruchs.

2.3 Allgemeiner Fall

MEIER schlägt als allgemeinen Fall einer Tagesbruchprognose die detaillierte Summation der Volumina von vertikalen Schnitten aus einem Kreiskegel zur Ermittlung des Primärvolumens $V'_h(\alpha = 0)$ über Streckenkreuzen bei ebener Lagerung ($\alpha = 0$) vor [6]. Das Modell des allgemeinen Falles kann als eine gezielte Kombination eines ebenen und räumlichen Modells interpretiert werden. Das resultierende mathematische Modell führt bei horizontaler Lagerung ($\alpha = 0$) zu einer aufwendigen Berechnung und eine Erweiterung auf den Fall einer geneigten Lagerung ($\alpha \neq 0$) verkompliziert den Ansatz weiter erheblich.

Zur vereinfachten Vorgehensweise wird eine Näherungsberechnung basierend auf einen Ähnlichkeitsvergleich mit der Annahme empfohlen, dass die Vergrößerung des Primärbruchvolumens im allgemeinen Fall bei einer geneigten Lagerung dem räumlichen Fall vergleichbar ist

$$\frac{V'_h(\alpha)}{V'_h(\alpha = 0)} \simeq \frac{V_h(\alpha)}{V_h(\alpha = 0)}, \quad [1] \quad (43)$$

Das Primärbruchvolumen für den allgemeinen Fall bei geneigter Lagerung $V'_h(\alpha \neq 0)$ ergibt sich nach Umformung aus dem Primärbruchvolumen bei geneigter Lagerung $V_h(\alpha \neq 0)$ und horizontaler Lagerung $V_h(\alpha = 0)$ für den räumlichen Fall mit identischen geometrischen Eingangsgrößen der Länge der Versagenszone in der Firste a_0 und der Streckenhöhe h jedoch ohne Beachtung der Verschnittflächen im Streckenkreuz, sowie aus dem Primärbruchvolumen bei horizontaler Lagerung $V'_h(\alpha = 0)$ mit Beachtung der Verschnittflächen im Streckenkreuz

$$V'_h(\alpha) \simeq \frac{V_h(\alpha)}{V_h(\alpha = 0)} \cdot V'_h(\alpha = 0), \quad [1] \quad (44)$$

Die Berechnung des Übergangsvolumens V_c , des Aufbruchvolumens im anstehenden Gebirge V_t sowie des Tagesbruchvolumens an der Geländeoberfläche V_s beim allgemeinen Fall entspricht der Lösung für den räumlichen Fall.

2.4 Beispielrechnung einer numerischen Tagesbruchprognose für geneigte Lagerung

Das Ergebnis einer Beispielrechnung für eine numerische Tagesbruchprognose bei ebener und geneigter Lagerung kann im Bild 5 verglichen werden. Das Diagramm zeigt das Volumen des prognostizierten Tagesbruchs an der Tagesoberfläche V_s , wo die dargestellten Linienpaare von oben nach unten für die Berechnungsfälle einer räumlichen Berechnung mit ellipsoidischem Aufbruchvolumen, einer räumlichen Berechnung mit zylindrischem Aufbruchvolumen, einer ebenen Berechnung mit elliptischem Aufbruchvolumen sowie einer ebenen Berechnung mit säulenförmigem Aufbruchvolumen gelten.

Der Beispielberechnung wurde eine Verbruchstrecke von $a_0 = 2,0 [m]$, eine Strecken- oder Hohlraumhöhe von $h = 2,0 [m]$, ein Schüttwinkel der Verbruchsmassen von $\varphi = 25,0 [^\circ]$, ein Einfallwinkel der Lagerung von $\alpha = 0,0 [^\circ]$ und $\alpha = 10,0 [^\circ]$, eine Mächtigkeit der Überdeckung von $t = 10,0 \dots 70,0 [m]$ sowie eine in bergbaulichen Berechnungen für Lockergesteine oft genannten Größe des Auflockerungsfaktors von $s = 1,3 [1]$ zugrunde gelegt [4].

Das Berechnungsergebnis zeigt, dass der zunehmende Winkel der geneigten Lagerung der verbrechenden bergbaulichen Anlagen oder der natürlichen Hohlräume zur Ausbildung eines zunehmenden Verbruchsvolumens V_s an der Tagesoberfläche führt. Wenn die Berechnung zu einem negativen Tagesbruchvolumen $V_s < 0$ führt, erreicht der Mechanismus des betrachteten Tagesbruchvorganges die Tagesoberfläche nicht. Die Mächtigkeit der notwendigen Überdeckung zur Abwendung eines Tagesbruches ist in dem Diagramm im Bild 5 bei der Bedingung $V_s = 0$ entnehmbar, die mit einer dicken Linie gekennzeichnet ist.

3 Risikobewertung von Tagesbruchereignissen

Zur Risikobewertung von Tagesbruchereignissen an einem gegebenen Standort über künstlichen oder natürlichen Hohlräumen ist die Einschätzung der Eintrittswahrscheinlichkeit eines Tagesbruchereignisses mit einem gegebenen Ausmaß sowie des damit verbundenen Schadensniveaus erforderlich, dessen Produkt als Risiko bezeichnet wird.

In der Risikobewertung von Tagesbruchereignissen ist es sinnvoll, die physikalischen Eigenschaften des Tagesbruchvorganges zu berücksichtigen. Wenn sich ein Tagesbruchvorgang mechanisch bedingt bis zur Geländeoberfläche fortpflanzen soll, ist es nur eine Frage der Zeit, dass sich der Vorgang der Bruchausbildung vollständig einstellt. Damit ist das Eintreten des Tagesbruchvorganges ein deterministischer Prozess und die Suche nach einer zeitbedingten Versagenswahrscheinlichkeit ist nicht korrekt.

Zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit von Tagesbruchereignissen bietet sich das Konzept der geometrischen Wahrscheinlichkeiten an. Infolge eines möglichen Tagesbruches an der Geländeoberfläche wird ein Versagensradius r_s berechnet, innerhalb dessen angenommen wird, dass zu schützende Objekte infolge des Ereignisses mit großen Deformationen an der Geländeoberfläche erheblich beeinträchtigt werden, wobei das Niveau einer konkreten Gefährdung standort- und objektbedingt bewertet werden kann.

Die rechnerische Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit besteht aus folgenden Schritten:

1. Die Interpretation des Tagesbruchvolumens V_s kann als Volumen eines Halbzylinders im ebenen Fall und als Volumen einer Halbkugel im räumlichen Fall aus der Grundgleichung der Hohlraum-Bruchmassen-Bilanz-Methode (1) erfolgen, womit das Tagesbruchsvolumen V_s eindeutig in die geometrische Größe des Halbkreis- oder Halbkugelradius r_s überführt werden kann

$$V_s = \frac{1}{s} \cdot (V_t + V_c + V_h) + (V_t + V_c) , [m^3] \succeq 0 . \quad (45)$$

Bei der korrekten Anwendung dieser Gleichung muss beachtet werden, dass sich zwischen dem Volumen des Aufbruchkörpers V_t und in dem Volumen der sich ausbildenden Tagesbruchfigur an der Geländeoberfläche V_s eine geometrische Überschneidung ergibt, deren geschlossene Ermittlung mathematisch sehr aufwendig ist. Neben einer numerischen Lösung besteht die Möglichkeit, den im Folgenden dargestellten Näherungsansatz zu verwenden, der leicht auf der sicheren Seite liegt, weil das Überschneidungsvolumen der beiden Bruchkörper geringfügig überschätzt wird.

- **Ebener Fall:** Im ebenen Fall kann ein säulenförmiger oder ein elliptischer Aufbruchkörper berücksichtigt werden:

- Säulenförmiger Aufbruchkörper: Der säulenförmige Aufbruchkörper hat die horizontale und vertikale Querschnittsfläche eines Rechtecks

$$V_s \approx \frac{\pi}{2} \cdot r_s^2 \cdot b - 2 \cdot b \cdot a_0 \cdot \cos \alpha, [m^3]. \quad (46)$$

Der Radius des Tagesbruchkörpers r_s an der Geländeoberfläche kann näherungsweise durch Lösen der quadratischen Gleichung ermittelt werden

$$r_s^2 - \frac{4}{\pi} \cdot a_0 \cdot \cos \alpha - \frac{2}{\pi \cdot b} \cdot V_s = 0, [m^3]. \quad (47)$$

- Elliptischer Aufbruchkörper: Der elliptische Aufbruchkörper hat die horizontale Querschnittsfläche eines Rechtecks und die vertikale Querschnittsfläche einer Ellipse

$$V_s \approx \frac{\pi}{2} \cdot r_s^2 \cdot b - \frac{\pi}{2} \cdot r_s \cdot b \cdot a_0 \cdot \cos \alpha, [m^3]. \quad (48)$$

Der Radius des Tagesbruchkörpers r_s an der Geländeoberfläche kann näherungsweise durch Lösen der quadratischen Gleichung ermittelt werden

$$r_s^2 - r_s \cdot a_0 \cdot \cos \alpha - \frac{2}{\pi \cdot b} \cdot V_s = 0, [m^3]. \quad (49)$$

- **Räumlicher Fall:** Im räumlichen Fall kann ein zylindrischer oder ellipsoidischer Aufbruchkörper modelliert werden:

- Zylindrischer Aufbruchkörper: Der zylindrische Aufbruchkörper hat die Querschnittsfläche einer Ellipse und die vertikale Querschnittsfläche eines Rechtecks

$$V_s \approx \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot r_s^3 - \pi \cdot r_s \cdot b_0 \cdot a_0 \cdot \cos \alpha, [m^3]. \quad (50)$$

Der Radius des Tagesbruchkörpers r_s an der Geländeoberfläche kann näherungsweise durch Lösen der kubischen Gleichung ermittelt werden

$$r_s^3 - \frac{3}{2} \cdot r_s \cdot b_0 \cdot a_0 \cdot \cos \alpha - \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot V_s = 0, [m^3]. \quad (51)$$

- Ellipsoidischer Aufbruchkörper: Der ellipsoidische Aufbruchkörper besteht aus einem Halbellipsoiden

$$V_s \approx \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot r_s^3 - \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot r_s \cdot b_0 \cdot a_0 \cdot \cos \alpha, [m^3]. \quad (52)$$

Der Radius des Tagesbruchkörpers r_s an der Geländeoberfläche kann näherungsweise durch Lösen der kubischen Gleichung ermittelt werden

$$r_s^3 - r_s \cdot b_0 \cdot a_0 \cdot \cos \alpha - \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot V_s = 0, [m^3]. \quad (53)$$

2. Die Fläche des Tagesbruchkörpers wird mit dem Radius r_s aus der Gleichung der Kreisfläche ermittelt

$$A_s = r_s^2 \pi, [m^2]. \quad (54)$$

3. Mithilfe der vorgestellten theoretischen Grundlagen können numerische Tagesbruchprognosen an einem Ort mit Tagesbruchgefährdung durch künstliche oder natürliche Hohlräume durchgeführt werden. In der Modellierung des Tagesbruchvorganges kann sowohl eine horizontale oder eine geneigte Lagerung bei der Ausbildung des Primärbruchvolumens rechnerisch berücksichtigt werden. Die wenigen materialspezifischen und prozessspezifischen Kennwerte können aus bekannten Ereignissen zurückgerechnet, verifiziert und validiert werden.

Zur Bewertung der Versagenswahrscheinlichkeit in der Umgebung eines gegebenen Standortes innerhalb eines kreisförmigen Prüfgebietes mit dem Prüfradius r_p und der Fläche

$$A_p = r_p^2 \pi, [m^2] \quad (55)$$

können sowohl vergangene Tagesbruchereignisse ausgewertet als auch mögliche, bevorstehende Tagesbruchereignisse mittels Vorwärtsberechnungen prognostiziert werden.

Die analytische Vorgehensweise ist im Bild 6 schematisch dargestellt. Zur Bewertung der Versagenswahrscheinlichkeit in der Umgebung eines mit dem vollen schwarzen Punkt gekennzeichneten Standortes können praktisch eingetretene Tagesbruchereignisse, gekennzeichnet mit einem hohlen schwarzen Punkt, oder theoretisch prognostizierte Tagesbruchereignisse, gekennzeichnet mit einem Kreis, einbezogen werden. Im Bild 6 ist die Bedeutung des Prüfradius r_p und des Radius eines individuellen (hier prognostizierten) Tagesbruchereignisses r_s ebenso ersichtlich.

Aus betrachteten Tagesbruchdaten in der Umgebung des betrachteten Standortes kann eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f einer passenden Wahrscheinlichkeitsverteilung angepasst werden

$$P(A_s | a \preceq A_s \preceq b, r \preceq r_p) = \int_a^b f(A_s, r_p) dA_s, [1], \quad (56)$$

wobei sich die Lognormalverteilung oder die WEIBULL-Verteilung als vorteilhafte theoretische Ansätze anbieten. Die Wahl und die Eignung einer gegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung kann mit einem konsistenten Homogenitätstest gestützt werden.

4. Die theoretisch maßgebenden Größe der Fläche eines maximal möglichen Tagesbruches $A_{s,th}(r_p)$ innerhalb eines gegebenen Prüfradius r_p kann durch Festlegung eines Konfidenzniveaus ε und Berechnung der Grenze eines Konfidenzintervalles $A_{s,th,\varepsilon}$ erfolgen

(siehe Bild 7), wobei berücksichtigt werden muss, dass die Fläche maximaler Tagesbruchereignisse $A_{s,th,max}$ nicht überschritten wird

$$A_{s,th}(r_p) = \min(A_{s,th,\varepsilon}(r_p), A_{s,th,max}(r_p)) \succeq 0, [m^2]. \quad (57)$$

5. Die Versagenswahrscheinlichkeit infolge eines Tagesbruchs an einem gegebenen Standort bei einem gegebenem Prüfradius r_p wird aus der geometrischen Wahrscheinlichkeit berechnet (siehe Bild 6), die sich aus dem Flächenverhältnis der theoretisch maßgebenden Größe der Fläche eines maximal möglichen Tagesbruches $A_{s,th}(r_p)$ und der Fläche $A_r(r_p)$ des kreisförmigen Prüfgebietes ergibt

$$P_f(r_p) = \frac{A_{s,th}(r_p)}{A_r(r_p)}, [1]. \quad (58)$$

6. Zur Bewertung des Risikos an einem Standort wird die maximale Versagenswahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung des Gesamtergebnisses aller Prüfradien r_p betrachtet (siehe Bild 8)

$$P_f = \max P_f(r_p), [1]. \quad (59)$$

Zur Risikobewertung muss die auf dem vorgestellten Weg ermittelte Versagenswahrscheinlichkeit mit dem Schadensausmaß infolge des Tagesbruchereignisses kombiniert betrachtet werden. Die großen Deformationen an der Tagesoberfläche sowie im Bau- und Untergrund in Verbindung mit Tagesbruchereignissen legt die Annahme nahe, dass in einem von einem Tagesbruch betroffenen Bauwerk das vollständige Versagen des Tragwerkes (Totalschaden) vorausgesetzt werden kann.

4 Zusammenfassung, Ausblick

Die Nutzung von Flächen mit Altbergbau oder mit natürlichen Hohlräumen im Unter- und Baugrund ist mit erhöhten Risiken behaftet, dass Bauwerke durch unerwünschte Deformationen des Baugrundes in Mitleidenschaft gezogen werden. Eine typische Versagensart ist die Entwicklung von Tagesbrüchen oder Erdfällen, wobei sich Massen in Richtung von Hohlräumen im Unter- und Baugrund verlagern und auflockern. Die Umlagerung von Massen setzt sich solange fort, bis sich ein statisches Gleichgewicht einstellt und eine weitere Fortpflanzung des Bruchvorganges verhindert oder stark reduziert.

Zu einer Risikobewertung auf einem Standort mit einer Verbruchgefährdung muss die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass sich ein Tagesbruch oder ein Erdfall bis zum betrachteten Standort des Bauwerkes an der Oberfläche ausbreitet und das Bauwerk in seiner Funktion beeinträchtigt wird. Bei der Eintrittswahrscheinlichkeit eines Schadens liegt der Schwerpunkt nicht auf der zeitlichen Entwicklung des Bruchprozesses sondern auf der Entstehung des Gleichgewichtszustandes, welcher die weitere Bruchentwicklung unterbindet.

Zur Prognose potenzieller Tagesbrüche an der Oberfläche ist in dem ersten Schritt der Risikobewertung die Anwendung eines zuverlässigen Verfahrens der numerischen Tagesbruchprognose erforderlich, welches unter den Bedingungen des Standortes durch Rückrechnung vergangener Ereignisse rechnerisch validiert oder kalibriert werden muss.

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit an einem gegebenen Standort wird nach dem Konzept der geometrischen Wahrscheinlichkeit vorgeschlagen. Die Größe entstehender Tagesbrüche wird dabei als eine Zufallsvariable betrachtet. Anhand schrittweise festgelegter Prüfradien wird die Versagenswahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitsverteilung erfasster vergangener oder prognostizierter Tagesbruchvolumina rechnerisch ermittelt und das ungünstigste rechnerische Ergebnis für die Standortbewertung als maßgebend herangezogen. Die berechneten Versagenswahrscheinlichkeiten können als Grundlage der Risikobewertung von zu schützenden Objekten herangezogen werden.

Literatur

- [1] FENK, J.: **Eine Theorie zur Entstehung von Tagesbrüchen über Hohlräumen im Lockergebirge**; *Freiberger Forschungshefte, Reihe A, Geotechnik, Ingenieurgeologie, Bergbautechnologie, Verfahrenstechnik*; A639b, pp.139, Freiberg, 1981.
- [2] FENK, J.: **Tagesbrüche über Hohlräumen im Lockergebirge mit geneigter Schichtlagerung**; *Schlußbericht zum Thema DFG-II-D-02-Fe488/1-1*, pp.105, Freiberg, 2000.
- [3] FENK, J.; AST, W.: **Geotechnische Einschätzung bruchgefährdeten Baugrunds**; *Geotechnik*, vol.27(2004), no.1, p.59-65.
- [4] HÄRTIG, H.: **Grundlagen für die Berechnung von Tagebauen: Braunkohle, Kiessand, Ton, Naturstein**; *Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig*, 1982.
- [5] KRATZSCH, H.: **Bergschadenkunde**; ISBN:3-00-001661-9, p.844, *Deutscher Markscheiderrischer Verein e.V., Herne*, 1997.
- [6] MEIER, J.; MEIER, G.: **Modifikation von Tagesbruchprognosen**; *Geotechnik*, vol.28(2005), no.2, p.119-125.
- [7] STRZODKA, K. (ED): **Tagebautechnik 1 und 2**; *Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig*, 1979, 1980.
- [8] TAMÁSKOVICS, N.: **Rechnerische Stabilitätsnachweise für verflüssigungsgefährdete Altkippen des Braunkohlenbergbaus**; in *Meier, G. et.al. (eds.): Tagungsband 13. Altbergbau-Kolloquium, Freiberg, 2013*, p.232-268, refs.25, Freiberg, 2013.
- [9] TAMÁSKOVICS, N.: **Statistische Gefährdungsbewertung gefluteter Altkippen von Braunkohletagebauen**; in *Meier, G. et. al. (ed.): 14. Altbergbau Kolloquium, Gelsenkirchen, 2014*, pp.62-92, refs.17, Gelsenkirchen, 2014.
- [10] TAMÁSKOVICS, N.: **Bergschadenkunde, gestern, heute und morgen**; 17. *Geokinematisher Tag*, pp.12, *TU Bergakademie Freiberg, Freiberg*, 2016.